CHƯƠNG 3. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

1. Các dạng phương trình đường thẳng

a) Phương trình tổng quát của đường thẳng

+) Đường thẳng d đi qua điểm M(x_0; y_0) và nhận vectơ $\vec{n}=(a;b)$ làm VTPT với $a^2+b^2\neq 0$ có phương trình là: $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

Hay $ax + by - ax_0 - by_0 = 0$

Đặt $-ax_0 - by_0 = c$

Khi đó ta có phương trình tổng quát của đường thẳng d nhận $\vec{n}=(a;b)$ làm VTPT là: $ax + by + c = 0$ $(a^2+b^2\neq 0)$.

+) Các dạng đặc biệt của phương trình đường thẳng

- (d): $ax + c = 0$ $(a\neq 0)$: (d) song song hoặc trùng với Oy
- (d): $by + c = 0$ $(b\neq 0)$: (d) song song hoặc trùng với Ox
- (d): $ax + by = 0$ $\left(a^2+b^2\neq 0\right)$: (d) đi qua gốc tọa độ
- Phương trình đoạn chắn: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ nên (d) đi qua A(a; 0) và B(0; b) $(a, b\neq 0)$

b) Phương trình tham số của đường thẳng

Đường thẳng d đi qua điểm M(x_0; y_0) và nhận $\vec{u}=(a_1;a_2)$ làm VTCP có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=x_0+a_1t \\ y=y_0+a_2t \end{cases}$ (với t là tham số, $a_1^2+a_2^2\neq 0$)

c) Phương trình chính tắc của đường thẳng

Có dạng: $\frac{x-x_0}{a_1}=\frac{y-y_0}{a_2}$ $(a,b\neq 0)$ là đường thẳng đi qua điểm M(x_0; y_0) và nhận $\vec{u}=(a_1;a_2)$ làm VTCP.

d) Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A(x_A; y_A) và B(x_B; y_B) có dạng:

+ Nếu $\begin{cases} x_A \neq x_B \\ y_A \neq y_B \end{cases}$ thì đường thẳng AB có PT chính tắc là: $\dfrac{x - x_A}{x_B - x_A} = \dfrac{y - y_A}{y_B - y_A}$

+ Nếu $x_A = x_B$ thì AB: $x = x_A$

+ Nếu $y_A = y_B$ thì AB: $y = y_A$

e) Phương trình đường thẳng theo hệ số góc

- Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có hệ số góc là k.

Phương trình đường thẳng d là: $y - y_0 = k(x - x_0)$

- Rút gọn phương trình này ta được dạng quen: $y = kx + m$

với k là hệ số góc và m là tung độ gốc.

2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng d_1: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và d_2: $a_2x + b_2x + c_2 = 0$

+ Cách 1. Áp dụng trong trường hợp $a_1.b_1.c_1 \neq 0$

Nếu $\dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{b_2}{b_1} = \dfrac{c_2}{c_1}$ thì $d_1 \equiv d_2$

Nếu $\dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{b_2}{b_1} \neq \dfrac{c_2}{c_1}$ thì $d_1 // d_2$

Nếu $\dfrac{a_2}{a_1} \neq \dfrac{b_2}{b_1}$ thì d_1 cắt d_2

+ Cách 2. Giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 (nếu có) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (I)$$

- Hệ (I) có một nghiệm $(x_0; y_0)$. Khi đó d_1 cắt d_2 tại điểm $M_0(x_0; y_0)$

- Hệ (I) có vô số nghiệm, khi đó d_1 trùng với d_2

- Hệ (I) vô nghiệm, khi đó d_1 và d_2 không có điểm chung, hay d_1 song song với d_2.

3. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng d_1: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và d_2: $a_2x + b_2x + c_2 = 0$

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2. Kí hiệu $\alpha = (d_1; d_2)$

Khi đó ta có: $\cos\alpha = \dfrac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

4. Phương trình phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng d_1 và d_2

Cho hai đường thẳng d_1: $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và d_2: $a_2x + b_2x + c_2 = 0$

Phương trình phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng d_1 và d_2 là

$$\frac{a_1y + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm\frac{a_2y + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

(góc nhọn lấy dấu -, góc tù lấy dấu +)

5. Khoảng cách

+ Khoảng cách từ điểm $M(x_0; y_0)$ đến đường thẳng (Δ): ax + by + c = 0

$$d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

+ Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song d_1: $ax + by + c_1 = 0$ và d_2: $ax + by + c_2 = 0$ là

$$d(d_1; d_2) = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

6. Phương trình đường tròn

+ Dạng 1:

Phương trình đường tròn tâm I(a; b), bán kính R có dạng

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

+ Dạng 2:

Phương trình có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $a^2 + b^2 - c > 0$ là phương trình đường tròn tâm I(a, b) và bán kính R = $\sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

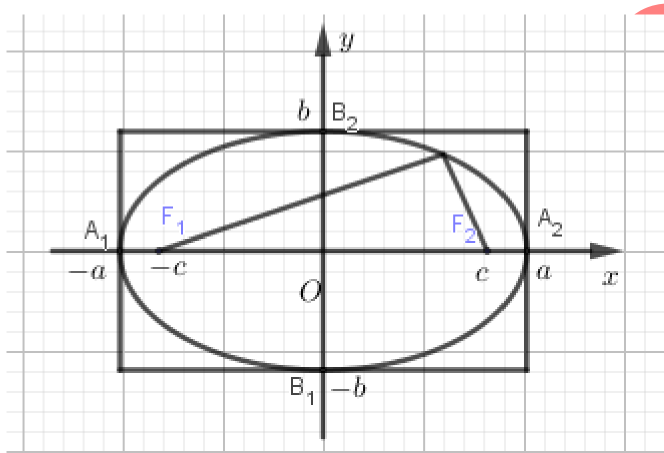
7. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$ của đường tròn tâm I(a; b) có dạng

$$(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$$

8. Elip

a) Hình dạng của elip



+ F_1, F_2 là hai tiêu điểm

+ $F_1F_2 = 2c$ là tiêu của của Elip

+ Trục đối xứng Ox, Oy

+ Tâm đối xứng O

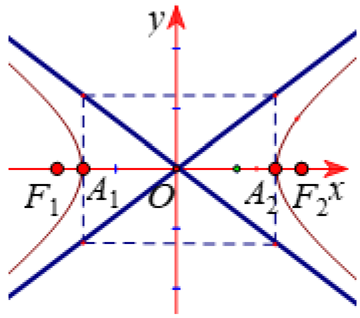
+ Tọa độ các đỉnh $A_1(-a; 0)$, $A_2(a; 0)$, $B_1(0; -b)$, $B_2(0; b)$.

+ Độ dài trục lớn $A_1A_2 = 2a$. Độ dài trục bé $B_1B_2 = 2b$.

+ Tiêu điểm $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$.

b) Phương trình chính tắc của elip (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $b^2 = a^2 - c^2$

9. Hypebol



a) Phương trình chính tắc của hypebol

Với $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$

$M(x; y) \in (H) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $b^2 = c^2 - a^2$ là phương trình chính tắc của hypebol.

b) Tính chất

+ Tiêu điểm: Tiêu điểm trái $F_1(-c; 0)$, tiêu điểm phải $F_2(c; 0)$

+ Các đỉnh: $A_1(-a; 0)$, $A_2(a; 0)$

+ Trục Ox gọi là trục thực, trục Oy gọi là trục ảo của hypebol.

Độ dài trục thực 2a

Độ dài trục ảo 2b

+ Hypebol có hai nhánh:

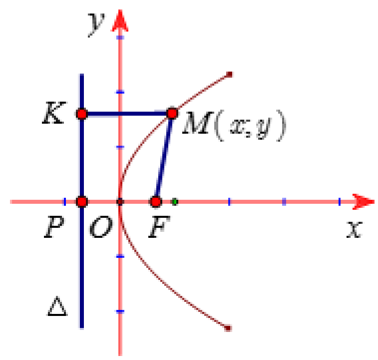
- Nhánh phải ứng với $x \ge a$

- Nhánh trái ứng với $x \le -a$

+ Hypebol có hai đường tiệm cận, có phương trình $y = \pm\frac{b}{a}x$

+ Tâm sai: $e = \frac{c}{a} > 1$.

10. Parabol



a) Phương trình chính tắc của parabol

Parabol (P) có tiêu điểm F($\frac{p}{2}$;0) (với p = d(F; Δ) được gọi là tham số tiêu) và các đường chuẩn là $\Delta: x = -\frac{p}{2}$ (p > 0)

$M(x; y) \in (P) \Leftrightarrow y^2 = 2px$ (*)

(*) được gọi phương trình chính tắc của parabol (P).

b) Tính chất

+ Tiêu điểm F($\frac{p}{2}$; 0)

+ Phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$

+ Gốc tọa độ O được gọi đỉnh của parabol

+ Ox là trục đối xứng.